

Прямая и плоскость в пространстве

Задача 1. Составить параметрические и канонические уравнения прямой:

- а) проходящей через точку A , параллельно вектору \vec{n} ;
- б) проходящей через точку A и точку B ;
- в) проходящей через начало координат, параллельно вектору \vec{m} ;
- г) проходящей через точку C и начало координат;
- д) проходящей через точку A , параллельно координатной оси OX ;
- е) проходящей через начало координат, параллельно координатной оси OY ;
- ж) проходящей через точку B , параллельно координатной оси OZ .

$$A(1, -2, 4); \quad B(3, 1, -2); \quad C(1, 0, 2); \quad \vec{n}(1, 2, -1); \quad \vec{m}(2, 1, 0).$$

Задача 2. Прямая задана параметрическими уравнениями. Найти:

- а) направляющий вектор прямой;
- б) координаты точек прямой для которых параметр принимает значения $-2, 0, 3, 10$;
- в) среди данных точек A, B, C, D, E те, которые принадлежат прямой.

$$\begin{cases} x = 2 - 5t; \\ y = 2 + 2t; \\ z = 1 - 5t. \end{cases} \quad A(-3, 4, -4), B(-6, 2, 1), C(2, 2, 1), D(7, 0, 6), E(4, 3, -7).$$

Задача 3. Прямая проходит через точки A и B . Представить данную прямую как линию пересечения плоскостей:

- а) параллельных координатным осям OX и OY ;
- б) параллельных координатным осям OX и OZ ;
- в) параллельных координатным осям OY и OZ .

$$A(1, -2, 4), \quad B(12, 13, 10).$$

Задача 4. Дана прямая и плоскость. Найти:
 а) проекцию прямой на плоскость;
 б) канонические уравнения прямой, перпендикулярной плоскости и проходящей через точку пересечения этой плоскости с данной прямой.

$$\begin{cases} x = -2 + 4t; \\ y = 5 - 6t; \\ z = 3 - t. \end{cases} \quad 3x + 2y - z + 4 = 0.$$

Задача 5. Выяснить взаимное расположение прямых в пространстве (параллельны, перпендикулярны, просто пересекаются, скрещиваются). В случае пересечения найти их общую точку, а в противном случае найти расстояние между ними.

$$\begin{cases} x = 12 - 5t; \\ y = 12 + 2t; \\ z = 11 - 5t. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - 3y + 4z + 3 = 0; \\ x - 2y + 3z - 2 = 0. \end{cases}$$

Задача 6. Выяснить взаимное расположение прямой и плоскости (параллельны, перпендикулярны, просто пересекаются, прямая лежит в плоскости). В случае, если прямая параллельна плоскости, найти расстояние между ними, а, в случае, если они пересекаются, найти их точку пересечения.

$$\frac{x - 3}{-16} = \frac{y - 4}{12} = \frac{z + 1}{2}; \text{ и } 8x - 6y - z + 4 = 0.$$

$$\begin{cases} x = 2 - t; \\ y = 3 + 2t; \\ z = 1 + t. \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = 1 - 4t + 2l; \\ y = 3 + 8t - 2l; \\ z = 1 + t - 2l. \end{cases}$$

Задача 7. Найти координаты точки, симметричной данной точке относительно данной прямой:

$$A(4, 3, 2) \text{ и } \begin{cases} x = 1 - 4t; \\ y = 3 + t; \\ z = 4 + 2t. \end{cases}$$